

# Koordinate i koordinatni sustavi u pomorskoj navigaciji

---

**Klasnetić, Paulla**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2022**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Rijeka, Faculty of Maritime Studies, Rijeka / Sveučilište u Rijeci, Pomorski fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:187:935370>

*Rights / Prava:* [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-07-24**



**Sveučilište u Rijeci, Pomorski fakultet**  
University of Rijeka, Faculty of Maritime Studies

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Maritime Studies - FMSRI Repository](#)



**uniri** DIGITALNA  
KNJIŽNICA



DIGITALNI AKADEMSKI ARHIVI I REPOZITORIJI

**SVEUČILIŠTE U RIJECI  
POMORSKI FAKULTET**

**PAULLA KLASNETIĆ**

**KOORDINATE I KOORDINATNI SUSTAVI  
U POMORSKOJ NAVIGACIJI**

**ZAVRŠNI RAD**

**Rijeka, 2022.**

**SVEUČILIŠTE U RIJECI  
POMORSKI FAKULTET U RIJECI**

**KOORDINATE I KOORDINATNI SUSTAVI U  
POMORSKOJ NAVIGACIJI  
COORDINATES AND COORDINATE SYSTEMS IN  
MARITIME NAVIGATION**

**ZAVRŠNI RAD**

Kolegij: Terestrička navigacija

Mentor: prof.dr.sc. Serđo Kos

Student/studentica: Paulla Klasnetić

Studijski smjer: Nautika i tehnologija pomorskog prometa

JMBAG: 0112079055

**Rijeka, 2022.**

Studentica: Paulla Klasnetić

Studijski program: Nautika i tehnologija pomorskog prometa

JMBAG: 0112079055

## IZJAVA O SAMOSTALNOJ IZRADI ZAVRŠNOG RADA

Kojom izjavljujem da sam završni rad s naslovom Koordinate i koordinatni sustavi u pomorskoj navigaciji izradila samostalno pod mentorstvom prof. dr. sc. Serđo Kos.

U radu sam primijenio/la metodologiju izrade stručnog/znanstvenog rada i koristio/la literaturu koja je navedena na kraju završnog rada. Tuđe spoznaje, stavove, zaključke, teorije i zakonitosti koje sam izravno ili parafrazirajući naveo/la u završnom radu na uobičajen, standardan način citirao/la sam i povezo/la s fusnotama i korištenim bibliografskim jedinicama, te nijedan dio rada ne krši bilo čija autorska prava. Rad je pisan u duhu hrvatskoga jezika.

Studentica



Paulla Klasnetić

Studentica: Paula Klasnetić

Studijski program: Nautika i tehnologija pomorskog prometa

JMBAG: 0112079055

IZJAVA STUDENTA – AUTORA O JAVNOJ OBJAVI OBRANJENOG ZAVRŠNOG  
RADA

Izjavljujem da kao student – autor završnog rada dozvoljavam Pomorskom fakultetu Sveučilišta u Rijeci da ga trajno javno objavi i besplatno učini dostupnim javnosti u cjelovitom tekstu u mrežnom digitalnom repozitoriju Pomorskog fakulteta.

U svrhu podržavanja otvorenog pristupa završnim radovima trajno objavljenim u javno dostupnom digitalnom repozitoriju Pomorskog fakulteta, ovom izjavom dajem neisključivo imovinsko pravo iskorištavanja bez sadržajnog, vremenskog i prostornog ograničenja mog završnog rada kao autorskog djela pod uvjetima *Creative Commons* licencije CC BY Imenovanje, prema opisu dostupnom na <http://creativecommons.org/licenses/>

Studentica – autor



## SAŽETAK

U pomorskoj navigaciji jedno od važnijih stvari je snalaženje u prostoru odnosno znati odrediti gdje se nalazimo u nekom trenutku. Iz toga razloga razvoj koordinata i koordinatnih sustava uvelike je olakšao snalaženje u prostoru. Kako bi se uopće snalazili u prostoru važno je poznavati Zemlju, njezin oblik i veličinu. Zemlja je oblika geoida, ali se u pomorskoj navigaciji koristi oblik kugle jer su odstupanja zanemariva. Koristi se i oblik elipsoida koji je opisan u radu. Definirani su koordinatni sustavi pomoću kojih se određuje položaj neke točke u prostoru. Geografskim koordinatnim sustavom određuje se položaj točke na Zemlji trima koordinatama: geografska širina, geografska dužina i nadmorska visina koje su također opisane u radu. Koordinatni sustavi važni su i u astronomskoj navigaciji pa se kao takvi spominju u ovom radu.

**Ključne riječi:** koordinate, koordinatni sustavi, Zemlja, elipsoid, kugla

## SUMMARY

In maritime navigation, one of the most important things is to navigate in space, that is, to be able to determine where we are at a certain moment. For this reason, the development of coordinates and coordinate systems has greatly facilitated navigation in space. In order to navigate in space at all, it is important to know the Earth, its shape and size. The Earth is in the shape of a geoid, but in maritime navigation, the shape of a sphere is used because deviations are negligible. The ellipsoid shape described in the paper is also used. Coordinate systems, which are used to determine the position of a point in space, are also defined. The geographical coordinate system determines the position of a point on Earth with three coordinates: latitude, longitude and altitude, which are also described in the paper. Coordinate systems are also important in astronomical navigation, so they are mentioned as such in this paper.

**Keywords:** coordinates, coordinate systems, Earth, ellipsoid, sphere

## SADRŽAJ

<b>1. UVOD</b> .....	1
<b>2. OBLIK I VELIČINA ZEMLJE</b> .....	2
2.1. ELEMENTI ZEMLJE KAO KUGLE .....	3
2.2. ELEMENTI ZEMLJE KAO ELIPSOIDA .....	5
2.3. POLUMJERI ZAKRIVLJENOSTI ZEMLJINOG ELIPSOIDA .....	7
<b>3. KOORDINATE</b> .....	9
3.1. APSOLUTNE KOORDINATE .....	9
3.1.1. Kutne koordinate .....	9
3.1.2. Duljinske koordinate .....	11
3.2. RELATIVNE KOORDINATE .....	12
<b>4. KOORDINATNI SUSTAVI</b> .....	15
4.1. KOORDINATNI SUSTAVI U RAVNINI.....	15
4.2. KOORDINATNI SUSTAVI U PROSTORU .....	17
4.3. SFERNI KOORDINATNI SUSTAVI.....	19
<b>5. KOORDINATNI SUSTAVI U ASTRONOMSKOJ NAVIGACIJI</b> .....	21
5.1. HORIZONTSKI KOORDINATNI SUSTAV .....	21
5.2. MJESNI KOORDINATNI SUSTAV EKVATORA .....	22
5.3. NEBESKO EKVATORSKI KOORDINATNI SUSTAV .....	24
5.4. KOORDINATNI SUSTAV EKLIPTIKE .....	25
<b>6. ZAKLJUČAK</b> .....	27
<b>LITERATURA</b> .....	28
<b>POPIS SLIKA</b> .....	29

## 1. UVOD

Tema obrađena u ovom završnom radu su koordinate i koordinatni sustavi u pomorskoj navigaciji. Još od davnina čovjek nastoji proučiti zemlju, njezin oblik, veličinu. Isto tako nastoji proučiti prostor u kojem živi kao i svoj položaj na Zemlji. Kako se tijekom povijesti znanost, matematika počela sve više razvijati tako je orijentacija čovjeka u prostoru postajala sve lakša, a time i određivanje njegovog položaja. Glavni cilj završnog rada je prikazati kako je uvođenjem koordinatnih sustava olakšano snalaženje čovjeka u prostoru u pomorskoj navigaciji.

Rad se sastoji od četiri poglavlja. U drugom poglavlju Oblik i veličina Zemlje prikazana je aproksimacija Zemlje tijekom stoljeća, njezini elementi kao kugle, kao elipsoida i polumjeri zakrivljenosti elipsoida.

Treće poglavlje su Koordinate. To poglavlje je najvažnije jer koordinatama određujemo položaj neke točke na Zemlji. Govori se i o njihovoj podijeli na apsolutne i relativne koordinate.

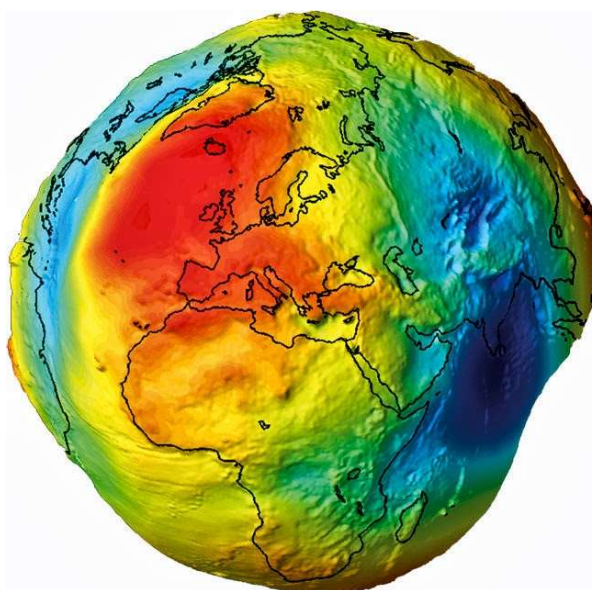
U četvrtom poglavlju se opisuju Koordinatni sustavi. Oni omogućuju da se unutar njih neka točka opiše pomoću brojeva odnosno koordinata. Opisuju se razlike između koordinatnih sustava u ravnini, prostoru i sfernog koordinatnog sustava.

U petom poglavlju Koordinatni sustavi u astronomskoj navigaciji također se govori o koordinatnim sustavima, ali u astronomskoj navigaciji. Opisana su četiri različita sustava i njihove najvažnije koordinate.



## 2. OBLIK I VELIČINA ZEMLJE

Mišljenja o izgledu Zemlje mijenjala su se tijekom povijesti. Prva razmišljanja bila su da je Zemlja ravna ploča. Kroz stoljeća izvodili su se postupci pronalaženja funkcije koja približno opisuje zadani konačan skup točaka (aproksimacija). Prije nove ere u 4. stoljeću Zemlja je definirana kao kugla, nakon toga provele su se još četiri aproksimacije. U 18. st. provela se druga aproksimacija i Zemlja je definirana kao dvoosni elipsoid ili sferoid. U trećoj aproksimaciji Zemlja je troosni elipsoid, a u četvrtoj apoid. Ni taj oblik nije odgovarao pa je u petoj aproksimaciji Zemljin oblik opisan kao geoid, matematički nije točno određen pa se određuje velikim brojem složenih mjerenja. Geoid (Slika 1.) je glatko, nepravilno valovito tijelo nalik rotacijskom elipsoidu zbog nepravilnosti Zemljinih masa, drugačijih gustoća i debljina. Omeđen je plohom koja zauzima mirna površina oceana produžena kroz kontinente i okomita na gravitacijski smjer u svakoj točki.



Slika 1. Zemlja kao geoid. Izvor: <https://hr.puntomarinero.com/earth-shape-planet-earth/>

Međunarodna unija za geodeziju i geofiziku prihvatila je na kongresu u Madridu 1924. internacionalni Zemljin elipsoid sa sljedećim elementima<sup>1</sup>:

Velika poluos  $a \approx 6378,388 \text{ km}$

Mala poluos  $b \approx 6356,912 \text{ km}$

Linearni ekscentricitet  $e \approx 0,082$

Spljoštenost  $f = \frac{a-b}{a} = \frac{1}{297}$

Opseg ekvatora  $\approx 40076,592 \text{ km}$

Opseg meridijana  $\approx 40000,152 \text{ km}$

Oplošje Zemlje  $O \approx 510.000.000 \text{ km}^2$

Volumen Zemlje  $V \approx 1082841 \text{ km}^3$

Srednji radijus  $\bar{r} = \frac{1}{3}(2a + b) = 6371 \text{ km}$

## 2.1. ELEMENTI ZEMLJE KAO KUGLE

Zemlja se u navigaciji smatra kuglom iz razloga što su odstupanja oblika Zemlje od oblika kugle otprilike 0,14% pa su ta odstupanja za navigacijske proračune zanemariva. Zemlja se okreće oko zamišljenog pravca koji se naziva os Zemlje. Krajnje točke Zemljine osi su sjeverni i južni pol. Elementi Zemlje kao kugle su velike i male kružnice.

Osnovne definicije i elementi Zemlje kao kugle<sup>2</sup>:

Kugla- je tijelo na čijoj su površini sve točke jednako udaljene od središta (S)

Os Zemlje- je zamišljeni pravac (Pn i Ps) oko kojeg se Zemlja okreće

Zemljini polovi- krajnje točke na osi Zemlje (Pn, Ps)

Velika kružnica- je kružnica koja nastaje presjekom ravnine koja prolazi središtem Zemlje i dijeli je na dva jednaka dijela – polutke (aHBc)

---

<sup>1</sup> Kos, S., Zorović, D., Vranić, D.: Terestrička i elektronička navigacija, Pomorski fakultet u Rijeci, Rijeka, 2010., str. 24

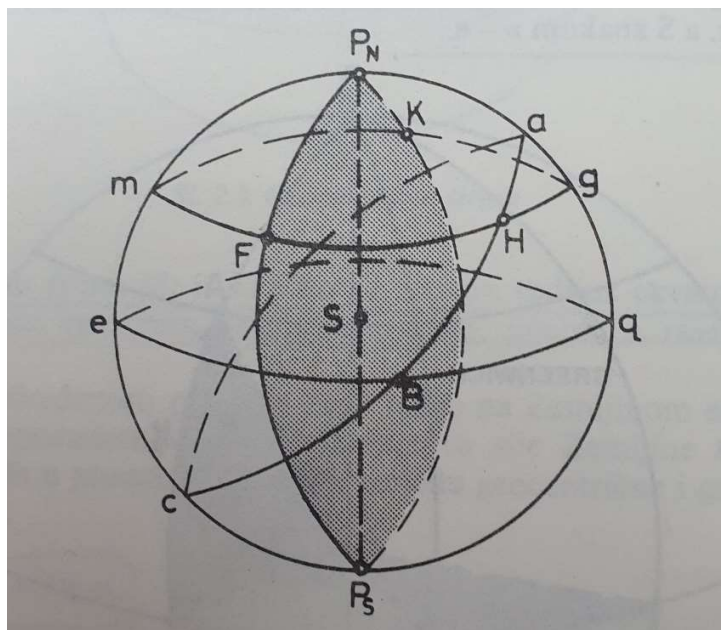
<sup>2</sup> Benković, F.: Terestrička i elektronska navigacija. Hidrografski institut ratne mornarice, 1986., str. 42, 43

Mala kružnica- je kružnica kojoj presjekom površine kugle ravnina ne prolazi središtem kugle (mFHgK)

Ekvator- je velika kružnica s ravninom okomitom na os Zemlje i dijeli Zemlju na sjevernu i južnu polutku (eBq)

Meridijani - velike kružnice koje prolaze kroz Zemljine polove. Dio kružnice na kojoj se nalazi promatrač naziva se meridijanom mjesta, a druga polovina naziva se protumeridijanom promatrača. Meridijan koji prolazi kroz stari opservatorij u Greenwichu naziva se nulti ili početni meridijan (od 1874. godine). (PnFPsK)

Paralele- su male kružnice paralelne s ravninom ekvatora i okomite na os Zemlje (mFHg)



Slika 2. Elementi Zemlje kao kugle. Izvor: Benković, F.: Terestrička i elektronska navigacija. Hidrografski institut ratne mornarice, 1986., str. 43

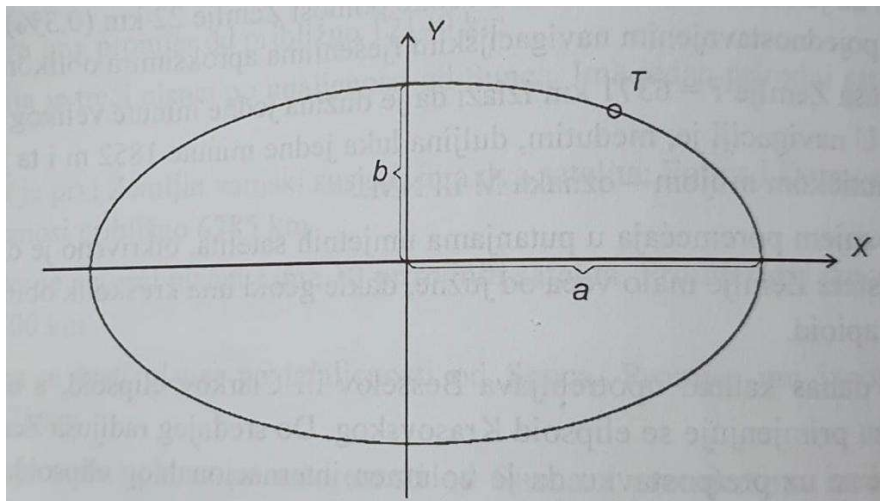
Polumjer ( $r$ ) Zemlje kao kugle je udaljenost neke točke na Zemljinoj površini od središta Zemlje, uvijek je stalan za bilo koju točku.

## 2.2. ELEMENTI ZEMLJE KAO ELIPSOIDA

Rotacijom elipse oko male osi nastaje elipsoid, a presjekom elipsoida s ravninom koja prolazi kroz središte dobiva se elipsa.

Jednadžba elipsoida izražena je pravokutnim koordinatama X, Y i Z:  $\frac{X^2+Y^2}{a^2} + \frac{Z^2}{b^2} = 1$  gdje se os x podudara se s velikom poluosi elipse, y s malom poluosi, a os z sa Zemljinom obrnutom osi.

Osnovni parametri koji čine elipsu su: oznaka a koja označava veliku odnosno ekvatorsku poluos i oznaka b koja označava malu odnosno meridijansku poluos. Ti parametri određuju oblik i dimenzije elipsoida.

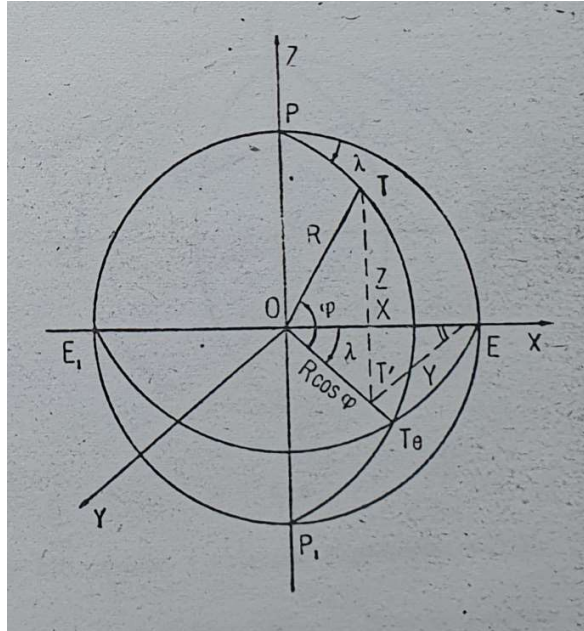


Slika 3: Osnovni parametri elipse. Izvor: Kos, S., Zorović, D., Vranić, D.: Terestrička i elektronička navigacija, Pomorski fakultet u Rijeci, Rijeka, 2010., str. 26

Jednadžba elipse izražena je pravokutnim koordinatama x i y:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

Veza između koordinata X, Y i Z koje čine jednadžbu elipsoida i koordinata x i y koje čine jednadžbu elipse je:  $X = x \cos \lambda$  ;  $Y = x \sin \lambda$  ;  $Z = y$  ,  $\lambda$  predstavlja kut između ravnine

meridijana neke točke i ravnine meridijana koji prolazi kroz x os. I taj odnos prikazan je na slici 3.



Slika 4: Veza između koordinata X, Y i Z i x i y. Izvor: ing. Branko Borčić: Matematička kartografija, udžbenici Sveučilišta u Zagrebu, Zabreb, 1955. str. 9

Parametri elipsoida<sup>3</sup>:

$$\text{Spljoštenost: } \mu = \frac{a-b}{a}$$

$$\text{Prvi numerički ekscentricitet: } e = \frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}$$

$$\text{Drugi numerički ekscentricitet: } e' = \frac{\sqrt{a^2-b^2}}{b}$$

$$\text{Udaljenost fokusa od središta s iznosi: } \varepsilon = ae = be' = \sqrt{a^2 - b^2}$$

<sup>3</sup> Kos, S., Zorović, D., Vranić, D.: Terestrička i elektronička navigacija, Pomorski fakultet u Rijeci, Rijeka, 2010., str. 26

Značenje parametara:

$\mu$ - razlika velike i male poluosi, izražena u jedinicama velike poluosi

$e$ - linearna udaljenost fokusa od središta elipse, izražena u jedinicama velike poluosi

$e'$ - linearna udaljenost fokusa od središta elipse, izražena u jedinicama male poluosi

Dodatni parametri<sup>4</sup>:

$$\text{Druga spljoštenost: } \mu' = \frac{a-b}{b}$$

$$\text{Treća spljoštenost: } b = \frac{a-b}{a+b}$$

$$\text{Radijus zakrivljenosti na polovima: } c = \frac{a^2}{b}$$

### 2.3. POLUMJERI ZAKRIVLJENOSTI ZEMLJINOG ELIPSOIDA

Normalni presjeci su presjeci elipsoida s ravninom koji prolaze kroz normalu neke točke. Kroz normalu neke točke može proći beskonačno ravnina, a one tvore beskonačno normalnih presjeka. Ima dva važnija presjeka. Jedan od tih glavnih normalnih presjeka je presjek koji se poklapa s ravninom meridijana, a drugi se poklapa s ravninom prvog vertikalala. Azimut prvog vertikalala je 90° ili 270°.

Jednadžba polumjera krivine normalnog presjeka, koji se poklapa s ravninom meridijana, glasi<sup>5</sup>:

$$M = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2\sin^2\varphi)^{\frac{2}{3}}}$$

Taj se polumjer naziva polumjer krivine meridijana.

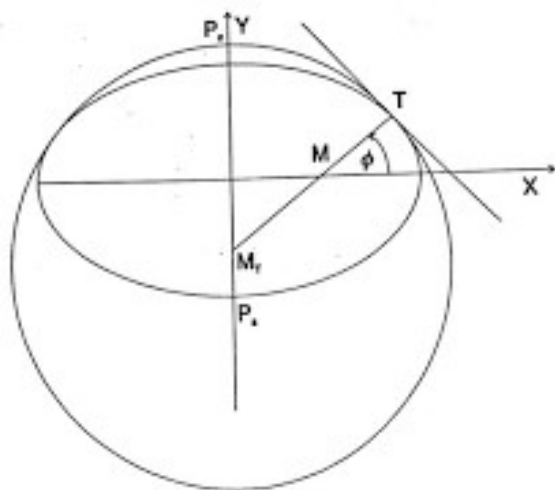
---

<sup>4</sup> Kos, S., Zorović, D., Vranić, D.: Terestrička i elektronička navigacija, Pomorski fakultet u Rijeci, Rijeka, 2010., str. 27

<sup>5</sup> Ing. Branko Borčić: Matematička kartografija, udžbenici Sveučilišta u Zagrebu, Zabreb, 1955., str. 12

Jednadžba polumjera krivine prvog vertikala je<sup>6</sup>:

$$N = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{\frac{1}{2}}}$$



Slika 5: Polumjer krivine meridijana. Izvor:

<https://www.google.com/search?q=polumjeri+zakrivljenosti+zemljnog+elipsoida&client>

Jednadžba polumjera krivine normalnog presjeka po azimutu je<sup>6</sup>:

$$R\alpha = \frac{MN}{N \cos^2 \alpha + M \sin^2 \alpha}$$

Srednji polumjer krivine dobiva se kao aritmetička sredina svih polumjera krivina u toj točki i jednadžba je<sup>6</sup>:

$$R = \sqrt{MN} = \frac{a \sqrt{1 - e^2}}{1 - e^2 \sin^2 \varphi}$$

On je jednak geometrijskoj sredini iz polumjera krivine meridijana i prvog vertikala.

<sup>6</sup> Ing. Branko Borčić: Matematička kartografija, udžbenici Sveučilišta u Zagrebu, Zabreb, 1955. str. 12

### 3. KOORDINATE

Kako bi odredili položaj neke točke na pravcu, plohi, u ravnini ili prostoru koristimo se koordinatama. Koordinate su skup brojeva s pomoću kojih određujemo položaj u prostoru koristeći se koordinatnim sustavom. Koordinate se dijele na apsolutne i relativne. Apsolutne koordinate čine kutne koordinate: geografska širina ( $\varphi$ ) i geografska dužina ( $\lambda$ ) i duljinske koordinate: apscisa ( $x$ ), ordinata ( $y$ ) i aplikata ( $z$ ).

#### 3.1. APSOLUTNE KOORDINATE

##### 3.1.1. Kutne koordinate

Na Zemljinoj površini položaj neke točke određuje se trima geografskim koordinatama: geografska širina, geografska dužina i nadmorska visina. Takve koordinate čine geografski koordinatni sustav i određuju položaj točke u odnosu na ekvator, početni meridijan i srednju razinu mora. Mjere su kutevi.

Geografska širina ( $\varphi$ ): je luk meridijana mjesta od ekvatora do promatrane točke<sup>7</sup>. Geografska širina može biti i odgovarajući kut u središtu Zemlje. Izražava se u kutnim jedinicama (stupanj, minuta i sekunda) od ekvatora prema polovima, odnosno od  $0^\circ$  do  $90^\circ$  na sjever ili jug. Sjever se označuje N (north) oznakom koju zamjenjuje  $+$  ( $\varphi > 0$ ) u računskim operacijama, a oznaka za jug je S (south) koju zamjenjuje  $-$  ( $\varphi < 0$ ).

Zemljin stvarni oblik točnije je prikazan kao elipsoid, a ne kao kugla pa za točniji proračun uzimamo Zemlju kao elipsoid. Zbog toga razlikujemo dvije širine: geografska i geocentrična širina.

Geografska širina ( $\varphi$ ): neke točke na površini Zemlje kao elipsoida je kut što ga zatvara radijus ekvatora s vertikalom te točke, mjereno u ravnini meridijana mjesta<sup>8</sup>.

---

<sup>7</sup> Benković, F.: Terestrička i elektronska navigacija. Hidrografski institut ratne mornarice, 1986., str. 44

<sup>8</sup> Benković, F.: Terestrička i elektronska navigacija. Hidrografski institut ratne mornarice, 1986., str. 45



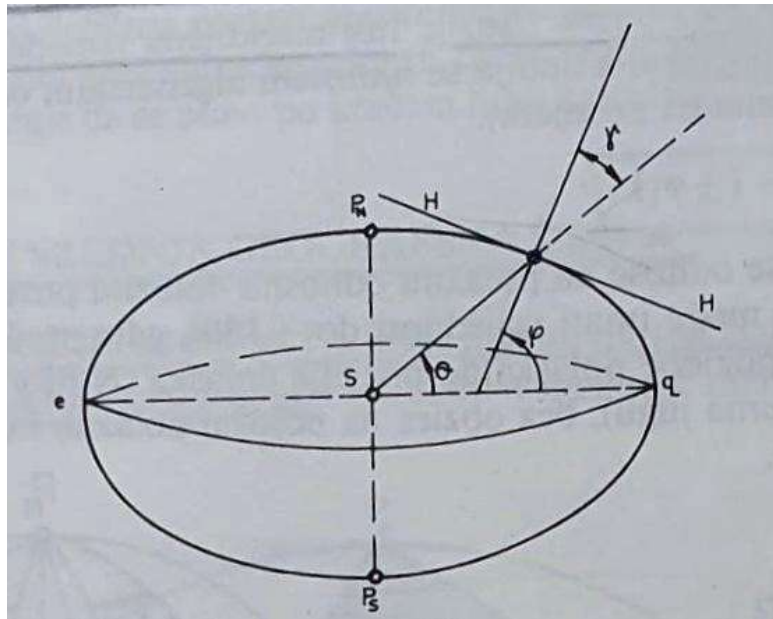
Geocentrična širina ( $\Theta$ ): je kut što ga zatvara radijus ekvatora Zemlje kao elipsoida s radijus vektorom promatrane točke, mjereno u ravnini meridijana mjesta<sup>8</sup>.

Između geocentrične i geografske širine postoji zavisnost<sup>9</sup>:

$$\tan \theta = (1 - e^2) \tan \varphi$$

e- ekscentricitet Zemljinog elipsoida

Razlika vrijednosti između tih širina je mala, najveća je na srednjim širinama, a na ekvatoru i polovima jednaka je nuli. Ta razlika nastaje zbog nepodudaranja vertikale i radijus-vektora elipsoida u točki koju promatramo.



Slika 6: Geocentrična širina. Izvor: Benković, F.: Terestrička i elektronska navigacija.

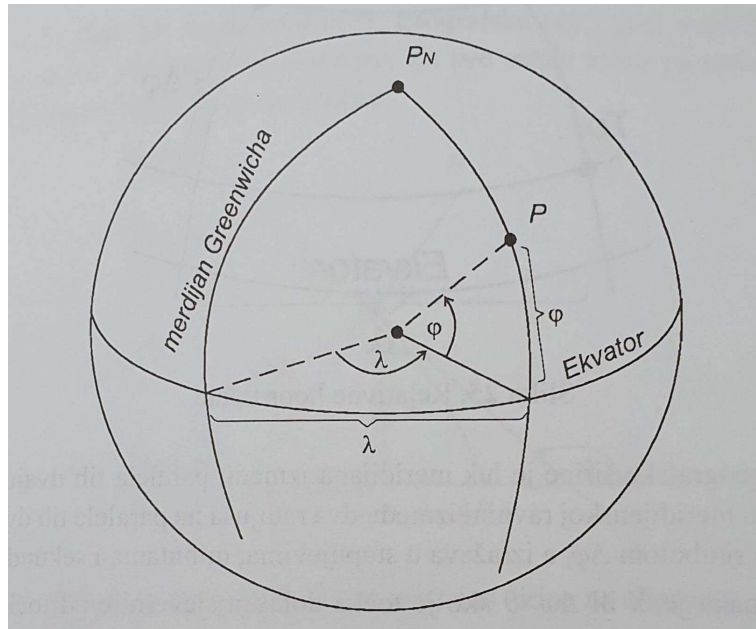
Hidrografski institut ratne mornarice, 1986., str. 45

Geografska dužina ( $\lambda$ ): je kraći luk ekvatora između početnog meridijana i meridijana mjesta<sup>10</sup>. Računa se od početnog meridijana do 180° u kutnim jedinicama (protumeridijana

<sup>9</sup> Benković, F.: Terestrička i elektronska navigacija. Hidrografski institut ratne mornarice, 1986., str. 45

<sup>10</sup> Benković, F.: Terestrička i elektronska navigacija. Hidrografski institut ratne mornarice, 1986., str. 4

Greenwicha) na istok ili zapad. Oznake su E (east) ili W (west) koje u računskim operacijama zamjenjuje oznaka + za E i oznaka – za W.



Slika 7: Geografske koordinate. Izvor: Kos, S., Zorović, D., Vranić, D.: Terestrička i elektronička navigacija, Pomorski fakultet u Rijeci, Rijeka, 2010., str. 61

Nadmorska visina neke točke na Zemljinoj površini je visina njene vertikale od zamišljene srednje razine mora do promatrane točke. Izražava se u metrima i ima negativnu vrijednost ako je ispod srednje razine mora.

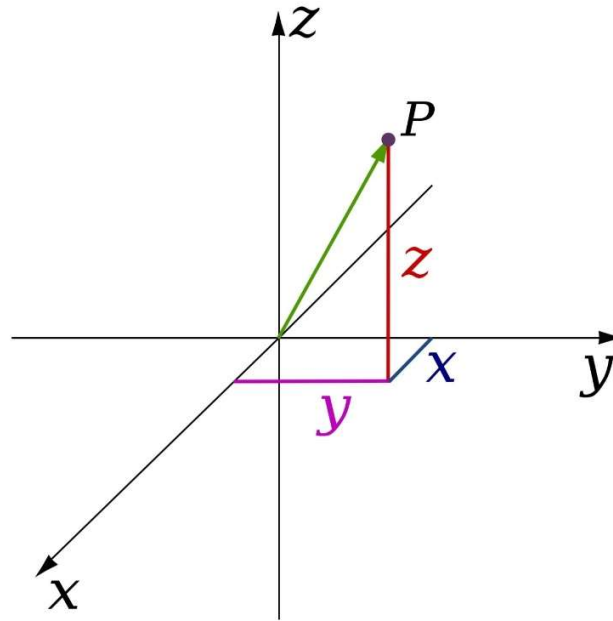
### 3.1.2. Duljinske koordinate

Na Zemljinoj površini položaj neke točke može se odrediti i trima Kartezijevim koordinatama: apscisa, ordinata i aplikata ( $x$ ,  $y$  i  $z$ ). Te koordinate čine pravokutni (Kartezijev) koordinatni sustav, a mjere su udaljenosti.

Apscisa označava os  $x$  ili vodoravnu os u koordinatnom sustavu.

Ordinata označava os y ili uspravnu os u koordinatnom sustavu.

Aplikata označava os x koja se javlja u trodimenzionalnom sustavu.



Slika 8: Apscisa, ordinata i aplikata. Izvor: [https://www.wikiwand.com/hr/Apscisa\\_i\\_ordinata](https://www.wikiwand.com/hr/Apscisa_i_ordinata)

### 3.2. RELATIVNE KOORDINATE

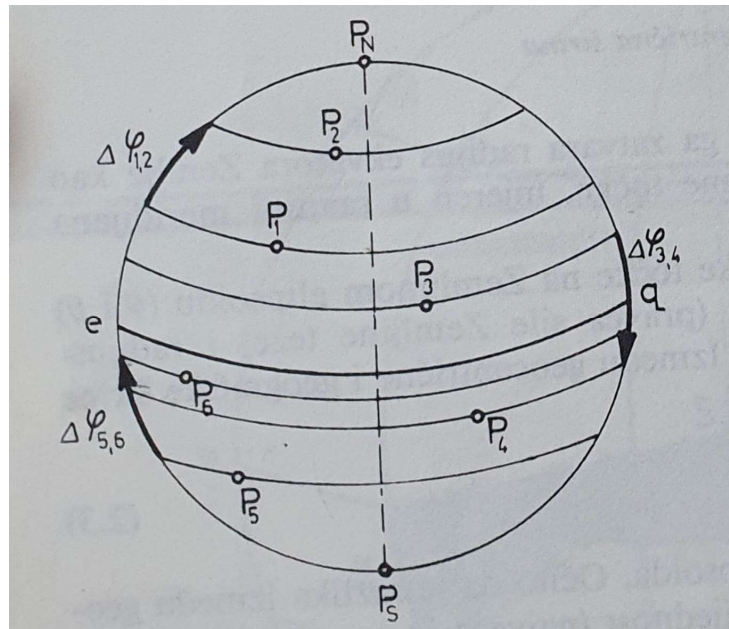
Kada su već poznate apsolutne koordinate može se odrediti u relativnom odnosu položaj točke na površini Zemlje prema nekoj poznatoj točki. Takav se odnos definira relativnim koordinatama. Relativne koordinate su: razlike geografske širine ( $\Delta\varphi$ ) i razlike geografske dužine ( $\Delta\lambda$ ).

Razlika geografske širine ( $\Delta\varphi$ ): je luk meridijana između paralela dvaju mjesta (na slici 9. prikazano od P1 do P2) ili kut u središtu Zemlje<sup>11</sup>. Vrijednost može biti do  $\pm 180^\circ$ , kada ide prema sjeveru predznak je +, a prema jugu predznak je -.

---

<sup>11</sup> Benković, F.: Terestrička i elektronska navigacija. Hidrografski institut ratne mornarice, 1986., str. 46

Formula za određivanje razlike geografske širine:  $\Delta\varphi = (\pm\varphi_2) - (\pm\varphi_1)$



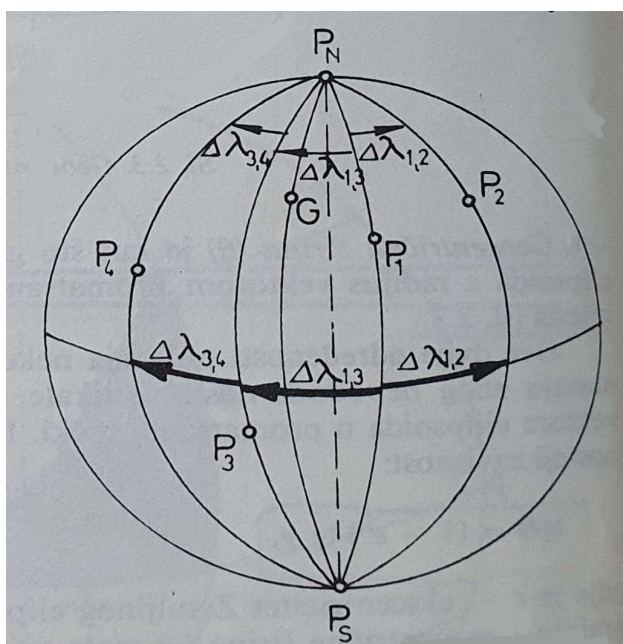
Slika 9: Razlika geografske širine. Izvor: Benković, F.: Terestrička i elektronska navigacija. Hidrografski institut ratne mornarice, 1986., str. 46

Razlika geografske dužine ( $\Delta\lambda$ ): je kraći luk ekvatora između meridijana dvaju mjesta (na slici 10. prikazano od P1 do P2) ili kut u središtu Zemlje<sup>12</sup>. Vrijednost može biti do  $\pm 180^\circ$ , kada ide prema istoku predznak je +, a prema zapadu predznak je -. Kada u računalnim radnjama vrijednost prelazi  $180^\circ$  ona se odbija od  $360^\circ$  uz promjenu oznake.

Formula za određivanje razlike geografske dužine:  $\lambda = (\pm\lambda_2) - (\pm\lambda_1)$

---

<sup>12</sup> Benković, F.: Terestrička i elektronska navigacija. Hidrografski institut ratne mornarice, 1986., str. 46



Slika 10: Razlika geografske širine. Izvor: Benković, F.: Terestrička i elektronska navigacija.

Hidrografski institut ratne mornarice, 1986., str. 46

## 4. KOORDINATNI SUSTAVI

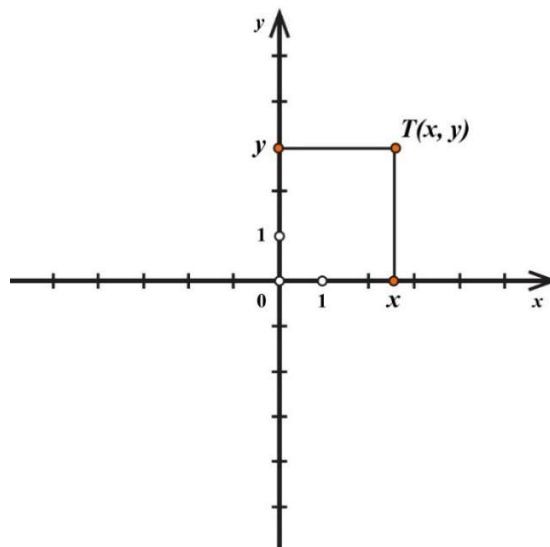
Koordinatni sustavi su sustavi koji omogućuju da se točke na krivulji, pravcu, plohi, u ravnini ili prostoru opišu pomoću brojeva<sup>13</sup>, a te brojeve nazivamo koordinatama. Određivanje položaja nekoga objekta pomoću koordinata poznato je još od staroegipatskih graditelja i babilonskih astronoma. René Descartes uveo Kartezijev koordinatni sustav u 17. stoljeću čime je započeo razvoj koordinatnih sustava. Taj razvoj koordinatnih sustava doveo je do uspjeha moderne linearne algebre i njezinih nadogradnji. Koordinatni sustavi mogu biti u ravnini gdje su određeni s dva pravca, u prostoru gdje su određeni s tri pravca i sferni koordinatni sustav koji je određen s dva polupravca.

### 4.1. KOORDINATNI SUSTAVI U RAVNINI

Kartezijev koordinatni sustav u ravnini dobiva se kada nacrtamo dva međusobno okomita pravca  $x$  i  $y$  koji se sjeku u ishodištu svakoga od njih. Na sjecištu pravaca  $x$  i  $y$  nalazi se ishodište sustava. Koordinate ordinata i apscisa pridodaju se točki  $T$  ravnine. Apscisa točke  $T$  pokazuje udaljenost pravca koji prolazi točkom  $T$ , okomitog na os  $x$ , od ishodišta. Ordinata točke  $T$  pokazuje udaljenost pravca koji prolazi točkom  $T$ , okomitog na os  $y$ , od ishodišta. Koordinate u točki  $T$  ( $x, y$ ) koordinatnog sustava prikazuju se kao realni brojevi.

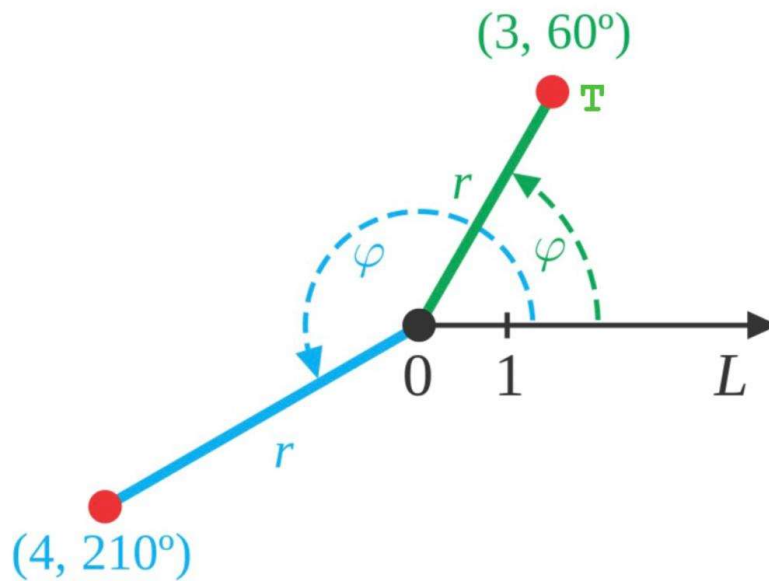
---

<sup>13</sup> <https://www.enciklopedija.hr/natuknica.aspx?ID=33043>



Slika 11: Kartezijev koordinatni sustav. Izvor: [https:Koordinatni\\_sustav\\_u\\_ravnini.html](https:Koordinatni_sustav_u_ravnini.html)

Polarni koordinatni sustav u ravnini je koordinatni sustav u kojem je svaka točka na ravnini određena udaljenosti od ishodišne točke i kutom od ishodišnog smjera. Ishodišna točka naziva se pol (O), a polarna os (L) je zraka  $p$  koja kreće iz ishodišta. Sustavu pripadaju dvije polarne koordinate: radijalna koordinata ili radijus je udaljenost od pola, kut  $\varphi$  se naziva kutna koordinata ili polarni kut, a druga se naziva amplituda. Kutevi u polarnom sustavu se izražavaju u stupnjevima ili radijanima ( $2\pi$  rad je jednako  $360^\circ$ ).



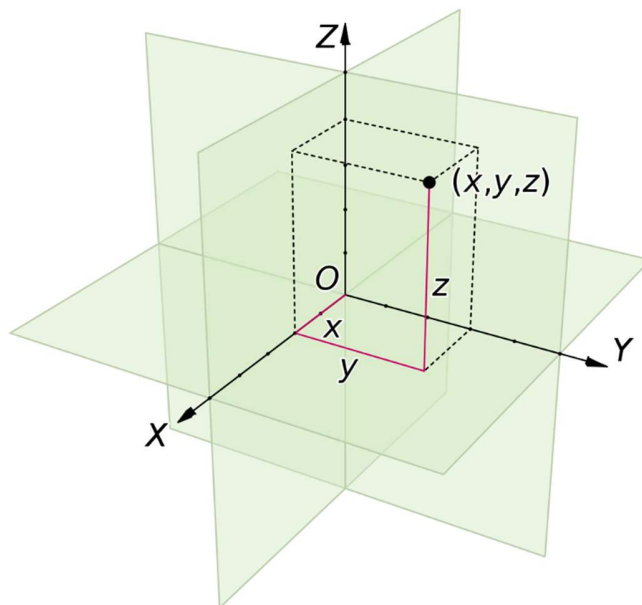
Slika 12: Polarni koordinatni sustav. Izvor:

[https://hr.wikipedia.org/wiki/Polarni\\_koordinatni\\_sustav#/media/Datoteka:Examples\\_of\\_Polar\\_Coordinates.svg](https://hr.wikipedia.org/wiki/Polarni_koordinatni_sustav#/media/Datoteka:Examples_of_Polar_Coordinates.svg)

#### 4.2. KOORDINATNI SUSTAVI U PROSTORU

Tri međusobno okomita pravca čine pravokutni Kartezijev koordinatni sustav u prostoru. To su osi koordinatnog sustava koje imaju oznake  $x$ ,  $y$  i  $z$ . U sjecištu osi koordinatnog sustava nalazi se ishodište. Nekoju točki ( $O$ ) ishodišta koordinatnog sustava pridružuju se tri koordinate, a to su: apscisa ( $x$ ), ordinata ( $y$ ) i aplikata ( $z$ ). Apscisa neke točke prikazuje udaljenost pravca koji prolazi kroz tu točku, okomitog na os  $x$ , od ishodišta. Ordinata neke točke prikazuje udaljenost pravca koji prolazi kroz tu točku, okomitog na os  $y$ , od ishodišta. Aplikata neke točke prikazuje udaljenost pravca koji prolazi kroz tu točku, okomitog na os  $z$ , od ishodišta. Koordinate točke  $(x,y,z)$  koordinatnog sustava opisuju se kao realni brojevi  $(x, y, z)$ .

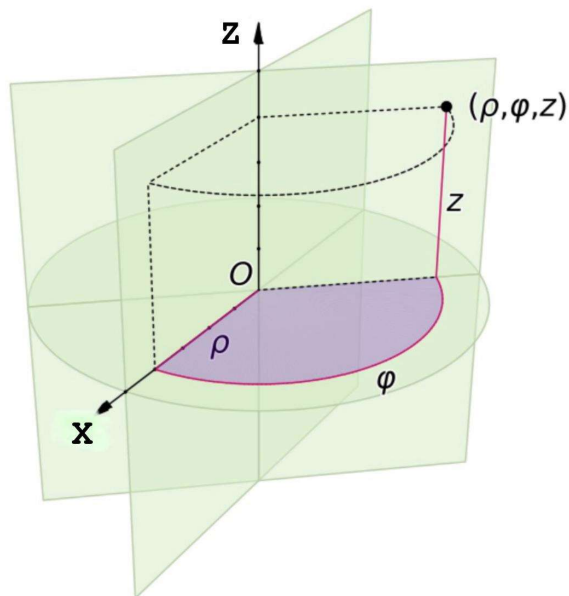




Slika 13: Pravokutni koordinatni sustav u prostoru. Izvor:

[https://hr.wikipedia.org/wiki/Kartezijev\\_koordinatni\\_sustav#/media/Datoteka:Coord\\_system\\_CA\\_0.svg](https://hr.wikipedia.org/wiki/Kartezijev_koordinatni_sustav#/media/Datoteka:Coord_system_CA_0.svg)

Cilindrični koordinatni sustav u prostoru čine ishodište koje je u točki  $O$ , zraka  $p$  koja ide iz ishodišta  $O$  i pravac  $z$  koji prolazi ishodištem i okomit je na zraku  $p$ . U koordinatnom sustavu neka točka Neka točka u koordinatnom sustavu određena je koordinatama  $\rho, \varphi, z$ .  $\rho$  udaljenost neke točke do ishodišta okomita na pravac  $z$ . Kut koji projekcija vektora  $O(\rho, \varphi, z)$  zatvara na ravninu u kojoj se nalazi zraka  $p$  sa zrakom  $p$  je  $\varphi$ , a  $z$  označava udaljenost paralelnu s osi  $z$  od neke točke do ishodišta.

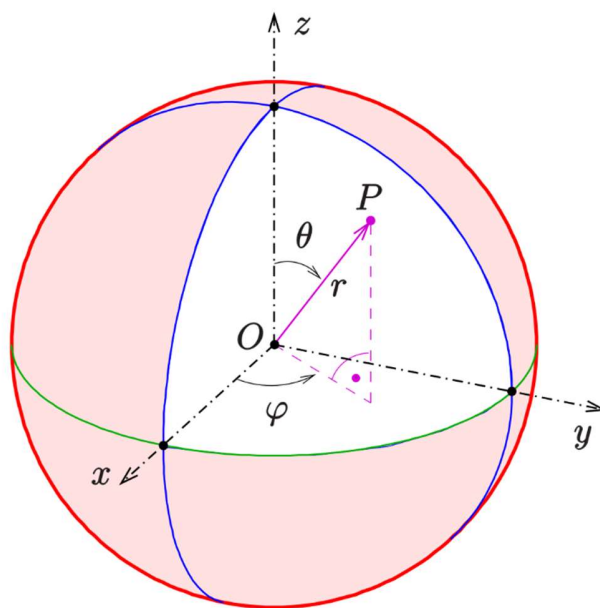


Slika 14: Cilindrični koordinatni sustav. Izvor:

[https://hr.wikipedia.org/wiki/Cilindri%C4%8Dni\\_koordinatni\\_sustav#/media/Datoteka:Coord\\_system\\_CY\\_1.svg](https://hr.wikipedia.org/wiki/Cilindri%C4%8Dni_koordinatni_sustav#/media/Datoteka:Coord_system_CY_1.svg)

#### 4.3. SFERNI KOORDINATNI SUSTAVI

Međusobno okomiti polupravci  $y$  i  $z$  čine sferni koordinatni sustav. U točki  $O$  smješteno je ishodište sustava. U sfernom koordinatnom sustavu neka točka  $P$  određena je koordinatama  $r$ ,  $\varphi$ ,  $\theta$ . Udaljenost ishodišta  $O$  i točke  $P$  označava se koordinatom  $r$ . Kut projekcije vektora  $OP$  na ravninu okomitu na polupravac  $z$  i koordinatu  $\theta$  označava se koordinatom  $\varphi$ . Vektor  $OP$  zatvara kut  $\theta$  s polupravcem  $z$  koji nazivamo koordinata  $\theta$ .



Slika 15: Sferni koordinatni sustav. Izvor:

[https://hr.wikipedia.org/wiki/Sferni\\_koordinatni\\_sustav#/media/Datoteka:Kugelkoord-def.svg](https://hr.wikipedia.org/wiki/Sferni_koordinatni_sustav#/media/Datoteka:Kugelkoord-def.svg)

## 5. KOORDINATNI SUSTAVI U ASTRONOMSKOJ NAVIGACIJI

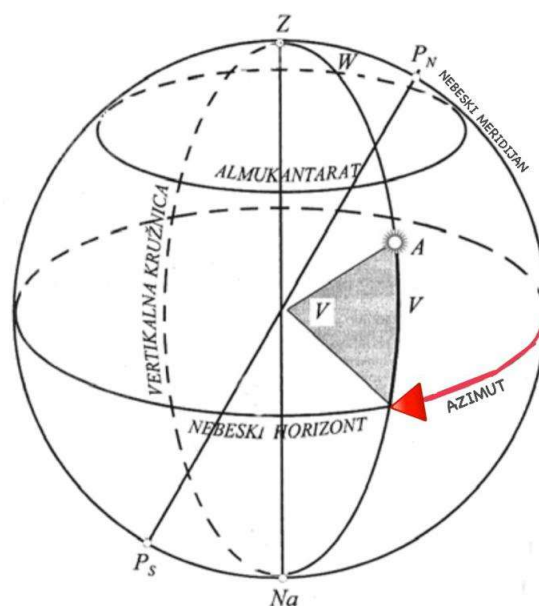
U odnosu prema položaju ravnine opažačeva horizonta, ravnine nebeskog ekvatora ili položaju ekliptike može se prikazati položaj nebeskog tijela na sferi. Koordinate nebeskog tijela prikazuju kutne udaljenosti promatranog tijela od tih ravnina. Postoje dvije skupine koordinatnih sustava u astronomskoj navigaciji: mjesni i nebeski koordinatni sustav. Kod mjesnog koordinatnog sustava koordinate ovise o rotaciji Zemlje i položaju opažača i tu spadaju horizontski koordinatni sustav i mjesni koordinatni sustav ekvatora, a kod nebeskog koordinatnog sustava koordinate se određuju u odnosu na ekliptiku i nebeski ekvator i tu spadaju nebesko ekvatorski koordinatni sustav i koordinatni sustav ekliptike.

### 5.1. HORIZONTSKI KOORDINATNI SUSTAV

Horizontski koordinatni sustav spada pod mjesni koordinatni sustav. Glavna ravnina određena je horizontom i ovisi o položaju promatrača na Zemlji. Polovi sustava su zenit i nadir. Točka zenita se na nebeskoj sferi nalazi okomito iznad promatrača, a točka nadira suprotno od točke zenita, ispod promatrača. Horizontski koordinatni sustav sastoji se od osnovnih kružnica: nebeski horizont, nebeski meridijan i vertikalna kružnica. Položaj objekta određen je dvjema koordinata, azimut i visina.

Azimut nebeskog tijela ( $\omega$ ) je luk horizonta između nebeskog meridijana i vertikalne kružnice, a mjeri se od sjeverne strane meridijana  $0^\circ$  do  $360^\circ$  u smjeru kazaljke na satu.

Visina nebeskog tijela ( $v$ ) je luk vertikalne kružnice koja prolazi nebeskim tijelom od horizonta do središta nebeskog tijela koji se mjeri od horizonta prema polovima (zenit i nadir). Kada je nebesko tijelo visine  $0^\circ$  znači da se nalazi u horizontu, a kada je visine  $90^\circ$  znači da se nalazi u zenitu. Visina nebeskog tijela mora biti manja od  $90^\circ$ . Nebeska tijela koja se nalaze iznad horizonta imaju pozitivnu visinu, a ispod horizonta imaju negativnu visinu. Visinska paralela ili almukantarati su male kružnice paralelne s ravninom horizonta, a spajaju sva nebeska tijela sa istom visinom.



Slika 16: Horizontski koordinatni sustav. Izvor: Lušić, Z.: *Astronomska navigacija*, Pomorski fakultet Split, 2012., str. 15

## 5.2. MJESNI KOORDINATNI SUSTAV EKVATORA

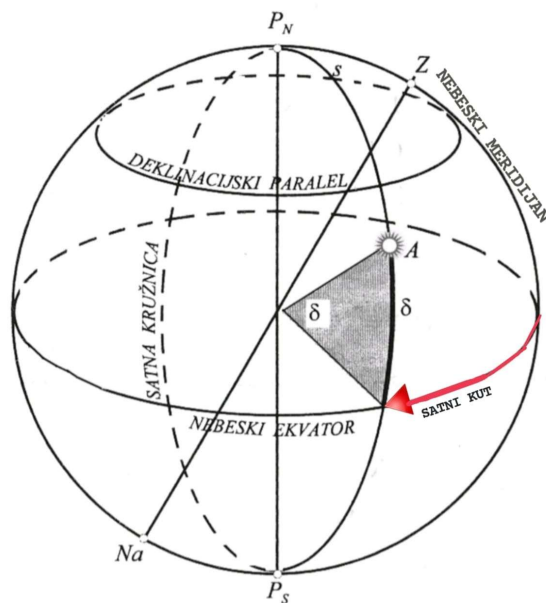
Mjesni koordinatni sustav ekvatora spada pod mjesni koordinatni sustav. Glavna ravnina je ravnina nebeskog ekvatora. Sjeverni i južni nebeski pol su polovi mjesno koordinatnog sustava ekvatora koji se dobiju kada Zemljinu os produžimo do nebeske sfere. Osnovne kružnice koje čine ovaj koordinatni sustav su: nebeski ekvator i nebeski meridijani (satne kružnice). Koordinate koje određuju položaj nekog tijela su: deklinacija ( $\delta$ ) i satni kut ( $s$ ).

Deklinacija nebeskog tijela ( $\delta$ ) je luk nebeskog meridijana od ekvatora do središta nebeskog tijela<sup>14</sup>. Mjeri se od nebeskog ekvatora do polova, kada je nebesko tijelo sjeverno od ekvatora ona je pozitivna, a južno od ekvatora je negativna. Kada je nebesko tijelo na nebeskom ekvatoru deklinacija tog tijela je  $0^\circ$ , a kada je na polu deklinacija je  $90^\circ$ . Deklinacija ne može iznositi više od  $90^\circ$ . Deklinacijska ili dnevna paralela svako nebesko tijelo koje zbog prividne vrtnje nebeske

<sup>14</sup> Kitarović, I.: *Navigacijska astronomija*, Visoka pomorska škola Rijeka, Rijeka, 2000., str. 48

sfere opisuje svoju sporednu kružnicu čija je ravnina usporedna s ravninom nebeskog ekvatora<sup>15</sup>. Sva tijela na deklinacijskoj paraleli imaju istu deklinaciju.

Satni kut ( $s$ ) je luk nebeskog ekvatora od nebeskog meridijana do satne kružnice na kojem se nalazi nebesko tijelo. Satni kut broji se od  $0^\circ$  do  $360^\circ$  u kutnoj mjeri preko zapada ili se može brojati na istok ili zapad od  $0^\circ$  do  $180^\circ$ . Može se brojati i u vremenskoj skali od 0 do 24 sata ( $24h=360^\circ$ ,  $1h=15^\circ$ )<sup>16</sup>.



Slika 17: Mjesni koordinatni sustav ekvatora. Izvor: Lušić, Z.: *Astronomska navigacija*, Pomorski fakultet Split, 2012., str. 16

<sup>15</sup> Kitarović, I.: *Navigacijska astronomija*, Visoka pomorska škola Rijeka, Rijeka, 2000., str. 48

<sup>16</sup> Lušić, Z.: *Astronomska navigacija*, Pomorski fakultet Split, 2012., str. 16

### 5.3. NEBESKO EKVATORSKI KOORDINATNI SUSTAV

Nebesko ekvatorski koordinatni sustav spada pod nebeski koordinatni sustav. Osnovne kružnice sustava su: nebeski ekvator, nebeski meridijan, ekliptika i satna kružnica. Ekliptika je pomoćna kružnica pomoću koje se određuje položaj proljetne točke (po njoj se kroz godinu prividno kreće Sunce). Ravninu ekliptike sa ravninom ekvatora zatvara kut koji ima vrijednost približno  $i=23^{\circ}27'$ . Nebeski ekvator i ekliptika imaju sjecište u dvije točke koje se nazivaju čvorovi. Te točke su proljetna i jesenska točka. Proljetna točka ( $\gamma$ ) je točka u kojoj Sunce pri prividnom gibanju oko Zemlje prelazi s negativne na pozitivnu deklinaciju<sup>17</sup>, a jesenska točka prelazi iz pozitivne na negativnu deklinaciju. Koordinate ovog koordinatnog sustava jesu: deklinacija ( $\delta$ ) i surektascenzija ( $360^{\circ} - \alpha$ ).

Rektascenzija ( $\alpha$ ) je luk ekvatora od proljetne točke do sjecišta meridijana nebeskog tijela s ekvatorom<sup>18</sup>. Mjeri se od  $0^{\circ}$  do  $360^{\circ}$  u smjeru obrnuto od kazaljke na satu. Iz tog razloga uvedena je surektascenzija.

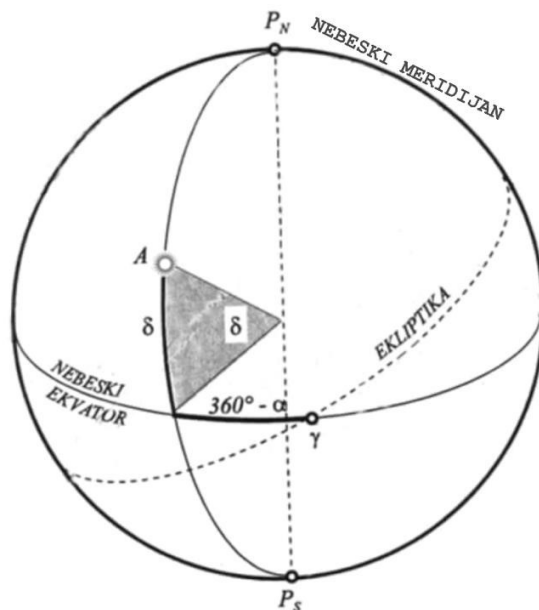
Surektascenzija ( $360^{\circ} - \alpha$ ) je luk nebeskog ekvatora od proljetne točke do meridijana koji prolazi kroz nebesko tijelo<sup>19</sup>. Mjeri se od  $0^{\circ}$  do  $360^{\circ}$  u smjeru kazaljke na satu.

---

<sup>17</sup> Lušić, Z.: Astronomska navigacija, Pomorski fakultet Split, 2012., str. 17

<sup>18</sup> Kitarović, I.: Navigacijska astronomija, Visoka pomorska škola Rijeka, Rijeka, 2000., str. 50

<sup>19</sup> Lušić, Z.: Astronomska navigacija, Pomorski fakultet Split, 2012., str. 17



Slika 18: Nebesko ekvatorski koordinatni sustav. Izvor: Lušić, Z.: *Astronomska navigacija*, Pomorski fakultet Split, 2012., str. 18

#### 5.4. KOORDINATNI SUSTAV EKLIPTIKE

Koordinatni sustav ekliptike spada pod nebeski koordinatni sustav. Točke koje čine ovaj koordinatni sustav su: sjeverni i južni pol ekliptike i proljetna točka. Kada se os okomita na ravninu ekliptike produži do nebeske sfere dobiju se sjeverni i južni pol ekliptike. Oni su ujedno i polovi koordinatnog sustava ekliptike. Osnovne kružnice ovoga sustava jesu ekliptika, nebeski ekvator i meridijan ekliptike. Tijekom godine Sunce se prividno kreće po kružnici koja se zove ekliptika, a kružnice koje spajaju polove ekliptike su meridijani ekliptike i prolaze središtem nebeskog tijela. Koordinate koje čine ovaj sustav jesu: latituda ili ekliptična širina ( $\beta$ ) i longituda ili ekliptična dužina ( $\lambda$ ).

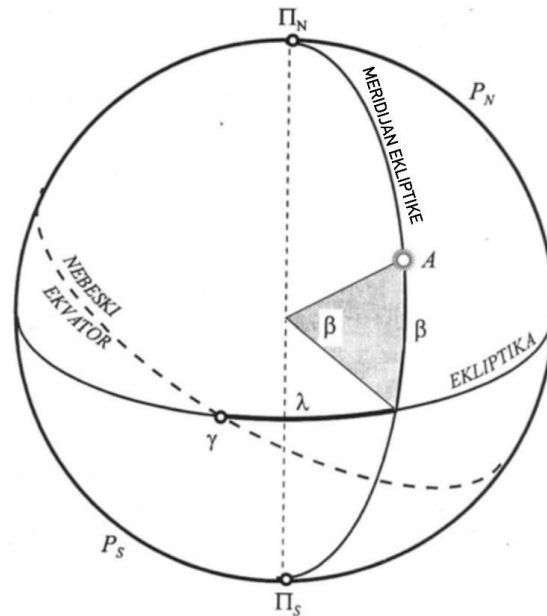
Latituda nebeskog tijela ( $\beta$ ) je luk širinske kružnice od ekliptike do središta nebeskog tijela odnosno pripadni kut s vrhom u središtu nebeske sfere<sup>20</sup>. Mjeri se od  $0^\circ$  do  $360^\circ$  od ekliptike do

<sup>20</sup> Kitarović, I.: *Navigacijska astronomija*, Visoka pomorska škola Rijeka, Rijeka, 2000., str. 51



pola ekliptike. Kada se nebesko tijelo nalazi na sjevernoj hemisferi latituda je pozitivna, a na južnoj hemisferi je negativna.

Longituda nebeskog tijela ( $\lambda$ ) je luk ekliptike od proljetne točke do sjecišta širinske kružnice nebeskog tijela i ekliptike<sup>21</sup>. Mjeri se od  $0^\circ$  do  $360^\circ$  u smjeru obrnuto od kazaljke na satu.



Slika 19: Koordinatni sustav ekliptike. Izvor: Lušić, Z.: Astronomska navigacija, Pomorski fakultet Split, 2012., str. 19

<sup>21</sup> Kitarović, I.: Navigacijska astronomija, Visoka pomorska škola Rijeka, Rijeka, 2000., str. 52

## 6. ZAKLJUČAK

Koordinatni sustavi su sustavi koji omogućuju da se točke na krivulji, pravcu, plohi, u ravnini ili prostoru opišu s pomoću brojeva odnosno koordinata. Uvođenjem tih koordinata i koordinatnih sustava omogućeno je određivanje položaja neke točke u prostoru, a pomoću geografskog koordinatnog sustava i određivanje položaja na Zemlji. Mogućnost određivanja položaja na Zemlji olakšalo je pomorsku navigaciju koja je kroz povijest bila otežana. Kako bi navigacija bila lakša Zemlja je predstavljena kao kugla ili kao elipsoid čiji su elementi opisani u radu. Kako bi se uopće odredio neki položaj na Zemlji važne su dvije koordinate: geografska širina i geografska dužina. One su dio apsolutnih koordinata i mjere se u kutevima. Opisane su i relativne koordinate koje predstavljaju razliku geografske širine i dužine. U radu su također opisani različiti koordinatni sustavi, različitih dimenzija i koordinata, ali s istom svrhom određivanja nekog položaja u prostoru. Osim na Zemlji položaj se može odrediti i u svemiru pomoću koordinatnih sustava u astronomiji.

## LITERATURA

### Knjige:

1. Kos, S., Zorović, D., Vranić, D.: Terestrička i elektronička navigacija, Pomorski fakultet u Rijeci, Rijeka, 2010.
2. Benković, F.: Terestrička i elektronska navigacija. Hidrografski institut ratne mornarice, 1986.
3. Kitarović, I.: Navigacijska astronomija, Visoka pomorska škola Rijeka, Rijeka, 2000.
4. Lušić, Z.: Astronomska navigacija, Pomorski fakultet Split, 2012.
5. Ing. Branko Borčić: Matematička kartografija, udžbenici Sveučilišta u Zagrebu, Zabreb, 1955.

### Internetske stranice:

1. <https://www.enciklopedija.hr/natuknica.aspx?ID=33043>

## POPIS SLIKA

1. Slika 1: Zemlja kao geoid. Izvor: <https://hr.puntomarinero.com/earth-shape-planet-earth/>
2. Slika 2: Elementi Zemlje kao kugle. Izvor: Benković, F.: Terestrička i elektronska navigacija. Hidrografski institut ratne mornarice, 1986.
3. Slika 3: Osnovni parametri elipse. Izvor: Kos, S., Zorović, D., Vranić, D.: Terestrička i elektronička navigacija, Pomorski fakultet u Rijeci, Rijeka, 2010.
4. Slika 4: Veza između koordinata X, Y i Z i x i y. Izvor: ing. Branko Borčić: Matematička kartografija, udžbenici Sveučilišta u Zagrebu, Zabreb, 1955.
5. Slika 5: Polumjer krivine meridijana. Izvor: <https://www.google.com/search?q=polumjeri+zakrivljenosti+zemljinog+elipsoida&cli ent>
6. Slika 6: Geocentrična širina. Izvor: Benković, F.: Terestrička i elektronska navigacija. Hidrografski institut ratne mornarice, 1986.
7. Slika 7: Geografske koordinate. Izvor: Kos, S., Zorović, D., Vranić, D.: Terestrička i elektronička navigacija, Pomorski fakultet u Rijeci, Rijeka, 2010.
8. Slika 8: Apscisa, ordinata i aplikata. Izvor: [https://www.wikiwand.com/hr/Apscisa\\_i\\_ordinata](https://www.wikiwand.com/hr/Apscisa_i_ordinata)
9. Slika 9: Razlika geografske širine. Izvor: Benković, F.: Terestrička i elektronska navigacija. Hidrografski institut ratne mornarice, 1986.
10. Slika 10: Razlika geografske širine. Izvor: Benković, F.: Terestrička i elektronska navigacija. Hidrografski institut ratne mornarice, 1986.
11. Slika 11: Kartezijev koordinatni sustav. Izvor: [https://Koordinatni\\_sustav\\_u\\_ravnini.html](https://Koordinatni_sustav_u_ravnini.html)
12. Slika 12: Polarni koordinatni sustav. Izvor: [https://hr.wikipedia.org/wiki/Polarni\\_koordinatni\\_sustav#/media/Datoteka:Examples\\_of\\_Polar\\_Coordinates.svg](https://hr.wikipedia.org/wiki/Polarni_koordinatni_sustav#/media/Datoteka:Examples_of_Polar_Coordinates.svg)
13. Slika 13: Pravokutni koordinatni sustav u prostoru. Izvor: [https://hr.wikipedia.org/wiki/Kartezijev\\_koordinatni\\_sustav#/media/Datoteka:Coord\\_system\\_CA\\_0.svg](https://hr.wikipedia.org/wiki/Kartezijev_koordinatni_sustav#/media/Datoteka:Coord_system_CA_0.svg)
14. Slika 14: Cilindrični koordinatni sustav. Izvor: [https://hr.wikipedia.org/wiki/Cilindri%C4%8Dni\\_koordinatni\\_sustav#/media/Datoteka:Coord\\_system\\_CY\\_1.svg](https://hr.wikipedia.org/wiki/Cilindri%C4%8Dni_koordinatni_sustav#/media/Datoteka:Coord_system_CY_1.svg)
15. Slika 15: Sferni koordinatni sustav. Izvor: [https://hr.wikipedia.org/wiki/Sferni\\_koordinatni\\_sustav#/media/Datoteka:Kugelkoord-def.svg](https://hr.wikipedia.org/wiki/Sferni_koordinatni_sustav#/media/Datoteka:Kugelkoord-def.svg)
16. Slika 16: Horizontski koordinatni sustav. Izvor: Lušić, Z.: Astronomska navigacija, Pomorski fakultet Split, 2012.
17. Slika 17: Mjesni koordinatni sustav ekvatora. Izvor: Lušić, Z.: Astronomska navigacija, Pomorski fakultet Split, 2012.
18. Slika 18: Nebesko ekvatorski koordinatni sustav. Izvor: Lušić, Z.: Astronomska navigacija, Pomorski fakultet Split, 2012.

19. Slika 19: Koordinatni sustav ekliptike. Izvor: Lušić, Z.: *Astronomska navigacija*, Pomorski fakultet Split, 2012.